

2023 年北京市中考数学试卷

考生须知

1. 本试卷共 6 页，共两部分，三道大题，28 道小题。满分 100 分。考试时间 120 分钟。
2. 在试卷和草稿纸上准确填写姓名、准考证号、考场号和座位号。
3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。
4. 在答题卡上，选择题、作图题用 2B 铅笔作答，其他试题用黑色字迹签字笔作答。
5. 考试结束，将本试卷、答案卡和草稿纸一并交回。

第一部分 选择题

一、选择题（共 16 分，每题 2 分）

第 1—8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个。

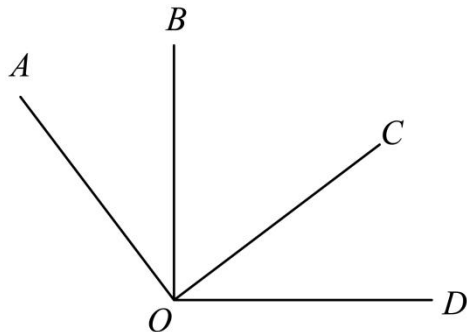
1. 截至 2023 年 6 月 11 日 17 时，全国冬小麦收款 2.39 亿亩，进度过七成半，将 239000000 用科学记数法表示应为（ ）

- A. 23.9×10^7 B. 2.39×10^8 C. 2.39×10^9 D. 0.239×10^9

2. 下列图形中，既是轴对称图形又是中心对称图形的是（ ）



3. 如图， $\angle AOC = \angle BOD = 90^\circ$ ， $\angle AOD = 126^\circ$ ，则 $\angle BOC$ 的大小为（ ）



- A. 36° B. 44° C. 54° D. 63°

4. 已知 $a - 1 > 0$ ，则下列结论正确的是（ ）

- A. $-1 < -a < a < 1$ B. $-a < -1 < 1 < a$
C. $-a < -1 < a < 1$ D. $-1 < -a < 1 < a$

5. 若关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 3x + m = 0$ 有两个相等的实数根，则实数 m 的值为（ ）

- A. -9 B. $-\frac{9}{4}$ C. $\frac{9}{4}$ D. 9

6. 十二边形的外角和为（ ）

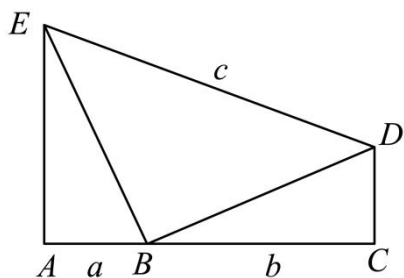
- A. 30° B. 150° C. 360° D. 1800°

7. 先后两次抛掷同一枚质地均匀的硬币，则第一次正面向上、第二次反面向上的概率是（ ）

- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{3}{4}$

8. 如图，点 A, B, C 在同一条线上，点 B 在点 A, C 之间，点 D, E 在直线 AC 同侧， $AB < BC$ ， $\angle A = \angle C = 90^\circ$ ， $\triangle EAB \cong \triangle BCD$ ，连接 DE ，设 $AB = a$ ， $BC = b$ ， $DE = c$ ，给出下面三个结论：① $a + b < c$ ；

② $a + b > \sqrt{a^2 + b^2}$ ；③ $\sqrt{2}(a + b) > c$ ；



上述结论中，所有正确结论的序号是（ ）

- A. ①② B. ①③ C. ②③ D. ①②③

第二部分 非选择题

二、填空题（共 16 分，每题 2 分）

9. 若代数式 $\frac{5}{x-2}$ 有意义，则实数 x 的取值范围是_____.

10. 分解因式： $x^2y - y^3 =$ _____.

11. 方程 $\frac{3}{5x+1} = \frac{1}{2x}$ 的解为_____.

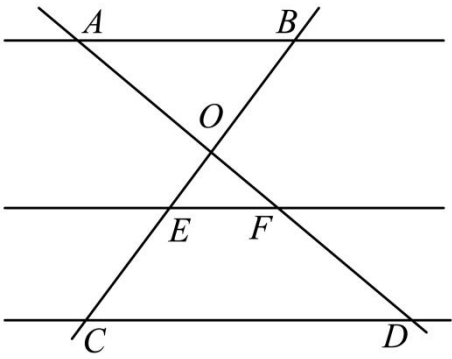
12. 在平面直角坐标系 xOy 中，若函数 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 的图象经过点 $A(-3, 2)$ 和 $B(m, -2)$ ，则 m 的值为_____.

13. 某厂生产了 1000 只灯泡.为了解这 1000 只灯泡的使用寿命，从中随机抽取了 50 只灯泡进行检测，获得了它们的使用寿命（单位：小时），数据整理如下：

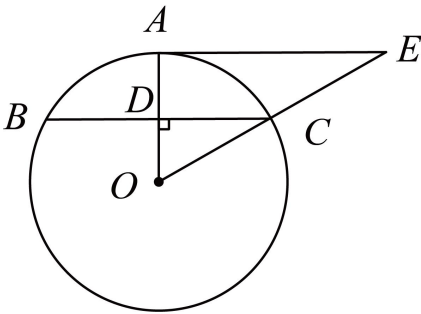
| | | | | | |
|------|------------|----------------------|----------------------|----------------------|---------------|
| 使用寿命 | $x < 1000$ | $1000 \leq x < 1600$ | $1600 \leq x < 2200$ | $2200 \leq x < 2800$ | $x \geq 2800$ |
| 灯泡只数 | 5 | 10 | 12 | 17 | 6 |

根据以上数据，估计这 1000 只灯泡中使用寿命不小于 2200 小时的灯泡的数量为_____只.

14. 如图，直线 AD, BC 交于点 O ， $AB \parallel EF \parallel CD$.若 $AO = 2$ ， $OF = 1$ ， $FD = 2$.则 $\frac{BE}{EC}$ 的值为_____.



15. 如图, OA 是 $\odot O$ 的半径, BC 是 $\odot O$ 的弦, $OA \perp BC$ 于点 D , AE 是 $\odot O$ 的切线, AE 交 OC 的延长线于点 E . 若 $\angle AOC = 45^\circ$, $BC = 2$, 则线段 AE 的长为_____.



16. 学校组织学生参加木艺艺术品加工劳动实践活动. 已知某木艺艺术品加工完成共需 A, B, C, D, E, F, G 七道工序, 加工要求如下:

- ①工序 C, D 须在工序 A 完成后进行, 工序 E 须在工序 B, D 都完成后进行, 工序 F 须在工序 C, D 都完成后进行;
- ②一道工序只能由一名学生完成, 此工序完成后该学生才能进行其他工序;
- ③各道工序所需时间如下表所示:

| 工序 | A | B | C | D | E | F | G |
|---------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 所需时间/分钟 | 9 | 9 | 7 | 9 | 7 | 10 | 2 |

在不考虑其他因素的前提下, 若由一名学生单独完成此木艺艺术品的加工, 则需要_____分钟; 若由两名学生合作完成此木艺艺术品的加工, 则最少需要_____分钟.

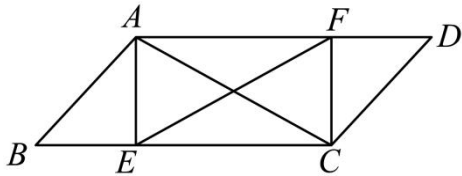
三、解答题 (共 68 分, 第 17—19 题, 每题 5 分, 第 20—21 题, 每题 6 分, 第 22—23 题, 每题 5 分, 第 24 题 6 分, 第 25 题 5 分, 第 26 题 6 分; 第 27—28 题, 每题 7 分) 解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17. 计算: $4\sin 60^\circ + \left(\frac{1}{3}\right)^{-1} + |-2| - \sqrt{12}$.

18. 解不等式组:
$$\begin{cases} x > \frac{x+2}{3} \\ 5x-3 < 5+x \end{cases}$$

19. 已知 $x+2y-1=0$, 求代数式 $\frac{2x+4y}{x^2+4xy+4y^2}$ 的值.

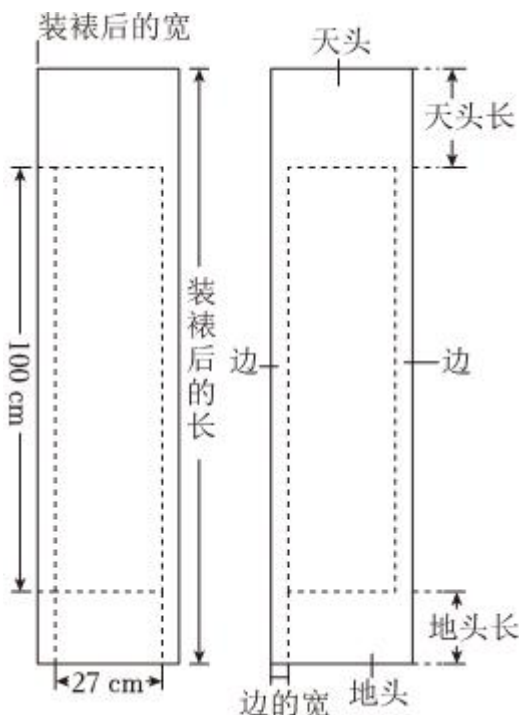
20. 如图, 在 $\square ABCD$ 中, 点 E, F 分别在 BC, AD 上, $BE=DF, AC=EF$.



(1) 求证: 四边形 $AECF$ 是矩形;

(2) $AE=BE, AB=2, \tan \angle ACB = \frac{1}{2}$, 求 BC 的长.

21. 对联是中华传统文化的瑰宝, 对联装裱后, 如图所示, 上、下空白处分别称为天头和地头, 左、右空白处统称为边. 一般情况下, 天头长与地头长的比是 $6:4$, 左、右边的宽相等, 均为天头长与地头长的和的 $\frac{1}{10}$. 某人要装裱一幅对联, 对联的长为 100cm , 宽为 27cm . 若要求装裱后的长是装裱后的宽的 4 倍, 求边的宽和天头长. (书法作品选自《启功法书》)



22. 在平面直角坐标系 xOy 中, 函数 $y=kx+b(k \neq 0)$ 的图象经过点 $A(0,1)$ 和 $B(1,2)$, 与过点 $(0,4)$ 且平行于 x 轴的线交于点 C .

(1) 求该函数的解析式及点 C 的坐标;

(2) 当 $x < 3$ 时, 对于 x 的每一个值, 函数 $y = \frac{2}{3}x + n$ 的值大于函数 $y = kx + b (k \neq 0)$ 的值且小于 4, 直接写出 n 的值.

23. 某校舞蹈队共 16 名学生, 测量并获取了所有学生的身高 (单位: cm), 数据整理如下:

a. 16 名学生的身高:

161, 162, 162, 164, 165, 165, 165, 166,

166, 167, 168, 168, 170, 172, 172, 175

b. 16 名学生的身高的平均数、中位数、众数:

| 平均数 | 中位数 | 众数 |
|--------|-----|-----|
| 166.75 | m | n |

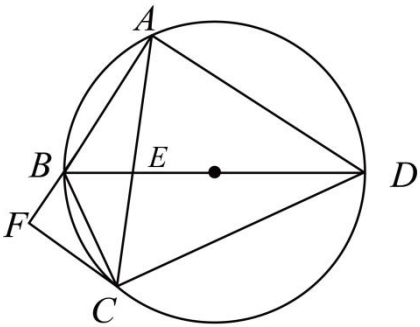
(1) 写出表中 m, n 的值;

(2) 对于不同组的学生, 如果一组学生的身高的方差越小, 则认为该组舞台呈现效果越好. 据此推断: 在下列两组学生中, 舞台呈现效果更好的是_____ (填“甲组”或“乙组”);

| | | | | | |
|---------|-----|-----|-----|-----|-----|
| 甲组学生的身高 | 162 | 165 | 165 | 166 | 166 |
| 乙组学生的身高 | 161 | 162 | 164 | 165 | 175 |

(3) 该舞蹈队要选五名学生参加比赛. 已确定三名学生参赛, 他们的身高分别为 168, 168, 172, 他们的身高的方差为 $\frac{32}{9}$. 在选另外两名学生时, 首先要求所选的两名学生与已确定的三名学生所组成的五名学生的身高的方差小于 $\frac{32}{9}$, 其次要求所选的两名学生与已确定的三名学生所组成的五名学生的身高的平均数尽可能大, 则选出的另外两名学生的身高分别为_____和_____.

24. 如图, 圆内接四边形 $ABCD$ 的对角线 AC, BD 交于点 E , BD 平分 $\angle ABC$, $\angle BAC = \angle ADB$.



(1) 求证 DB 平分 $\angle ADC$, 并求 $\angle BAD$ 的大小;

(2) 过点 C 作 $CF \parallel AD$ 交 AB 的延长线于点 F . 若 $AC = AD$, $BF = 2$, 求此圆半径的长.

25. 某小组研究了清洗某种含污物品的节约用水策略. 部分内容如下.

每次清洗 1 个单位质量的该种含污物品, 清洗前的清洁度均为 0.800 要求清洗后的清洁度为 0.990

方案一: 采用一次清洗的方式.

结果: 当用水量为 19 个单位质量时, 清洗后测得的清洁度为 0.990.

方案二: 采用两次清洗的方式.

记第一次用水量为 x_1 个单位质量, 第二次用水量为 x_2 个单位质量, 总用水量为 $(x_1 + x_2)$ 个单位质量, 两次清洗后测得的清洁度为 C . 记录的部分实验数据如下:

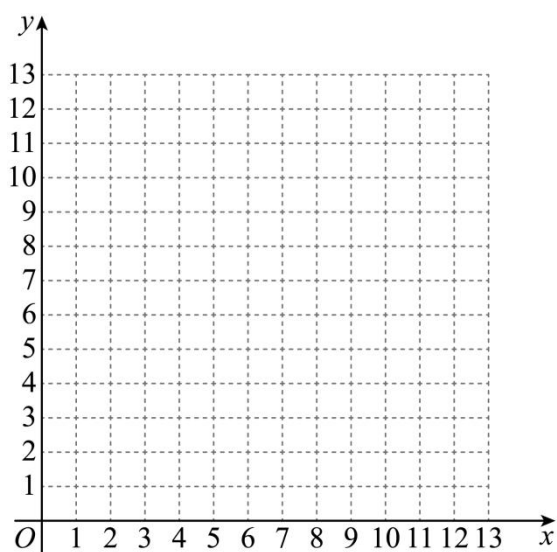
| | | | | | | | | | | | |
|-------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| x_1 | 11.0 | 9.0 | 9.0 | 7.0 | 5.5 | 4.5 | 3.5 | 3.0 | 3.0 | 2.0 | 1.0 |
| x_2 | 0.8 | 1.0 | 1.3 | 1.9 | 2.6 | 3.2 | 4.3 | 4.0 | 5.0 | 7.1 | 11.5 |
| $x_1 + x_2$ | 11.8 | 10.0 | 10.3 | 8.9 | 8.1 | 7.7 | 7.8 | 7.0 | 8.0 | 9.1 | 12.5 |
| C | 0.990 | 0.989 | 0.990 | 0.990 | 0.990 | 0.990 | 0.990 | 0.988 | 0.990 | 0.990 | 0.990 |

对以上实验数据进行分析, 补充完成以下内容.

(I) 选出 C 是 0.990 的所有数据组, 并划“√”;

(II) 通过分析 (I) 中选出的数据, 发现可以用函数刻画第一次用水量 x_1 和总用水量 $x_1 + x_2$ 之间的关系,

在平面直角坐标系 xOy 中画出此函数的图象;



结果: 结合实验数据, 利用所画的函数图象可以推断, 当第一次用水量约为_____个单位质量 (精确到个位) 时, 总用水量最小.

根据以上实验数据和结果，解决下列问题：

(1) 当采用两次清洗的方式并使总用水量最小时，与采用一次清洗的方式相比、可节水约_____个单位质量（结果保留小数点后一位）；

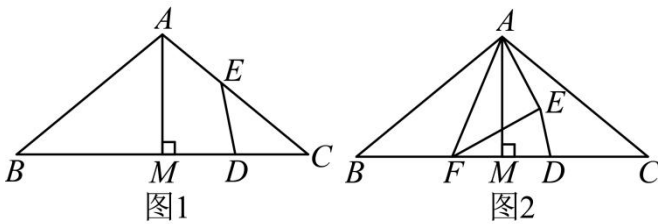
(2) 当采用两次清洗的方式时，若第一次用水量为 6 个单位质量，总用水量为 7.5 个单位质量，则清洗后的清洁度 C _____ 0.990（填 “>” “=” 或 “<”）。

26. 在平面直角坐标系 xOy 中， $M(x_1, y_1)$ ， $N(x_2, y_2)$ 是抛物线 $y = ax^2 + bx + c (a > 0)$ 上任意两点，设抛物线的对称轴为 $x = t$ 。

(1) 若对于 $x_1 = 1$ ， $x_2 = 2$ 有 $y_1 = y_2$ ，求 t 的值；

(2) 若对于 $0 < x_1 < 1$ ， $1 < x_2 < 2$ ，都有 $y_1 < y_2$ ，求 t 的取值范围。

27. 在 $\triangle ABC$ 中、 $\angle B = \angle C = \alpha (0^\circ < \alpha < 45^\circ)$ ， $AM \perp BC$ 于点 M ， D 是线段 MC 上的动点（不与点 M ， C 重合），将线段 DM 绕点 D 顺时针旋转 2α 得到线段 DE 。

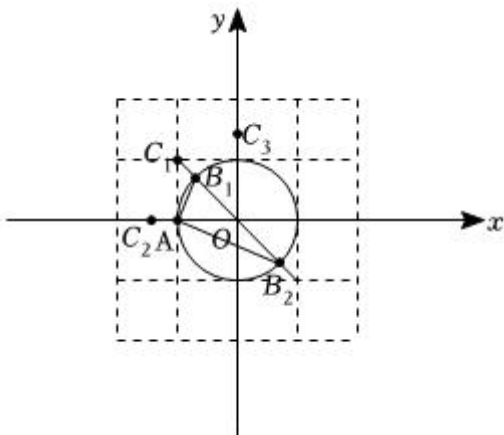


(1) 如图 1，当点 E 在线段 AC 上时，求证： D 是 MC 的中点；

(2) 如图 2，若在线段 BM 上存在点 F （不与点 B ， M 重合）满足 $DF = DC$ ，连接 AE ， EF ，直接写出 $\angle AEF$ 的大小，并证明。

28. 在平面直角坐标系 xOy 中， $\odot O$ 的半径为 1. 对于 $\odot O$ 的弦 AB 和 $\odot O$ 外一点 C 给出如下定义：

若直线 CA ， CB 中一条经过点 O ，另一条是 $\odot O$ 的切线，则称点 C 是弦 AB 的“关联点”。



(1) 如图，点 $A(-1,0)$ ， $B_1\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ ， $B_2\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

①在点 $C_1(-1,1)$, $C_2(-\sqrt{2},0)$, $C_3(0,\sqrt{2})$ 中, 弦 AB_1 的“关联点”是_____.

②若点 C 是弦 AB_2 的“关联点”, 直接写出 OC 的长;

(2) 已知点 $M(0,3)$, $N\left(\frac{6\sqrt{5}}{5},0\right)$. 对于线段 MN 上一点 S , 存在 $\odot O$ 的弦 PQ , 使得点 S 是弦 PQ 的“关联点”, 记 PQ 的长为 t , 当点 S 在线段 MN 上运动时, 直接写出 t 的取值范围.